

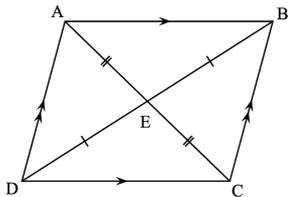
GO 17 : Quadrilatères et diagonales

Cours

Propriété : Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors :

- Ses côtés opposés ont la même mesure.
- Ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Ses angles opposés sont deux à deux de même mesure

Exemple :



- On sait que : ABCD est un parallélogramme.
- Or : *voir la propriété ci dessus*
- Donc : $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$.
[AC] et [BD] se coupent en leur milieu.
 $AB = DC$ et $AD = BC$

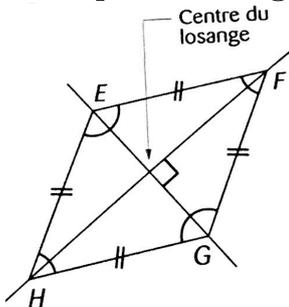
Propriétés - Losange : Si un quadrilatère est un losange, alors :

- Ses angles opposés ont la même mesure.
- Ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Ses diagonales sont perpendiculaires.
- Ses côtés opposés sont parallèles.

Propriétés - Rectangle : Si un quadrilatère est un rectangle, alors :

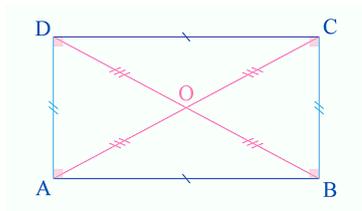
- Ses côtés opposés ont la même longueur.
- Ses diagonales ont la même longueur.
- Ses diagonales se coupent en leur milieu.
- Ses côtés opposés sont parallèles.

Exemple - Losange :



- On sait que : EFGH est un losange.
- Or : *voir la propriété ci dessus*
- Donc : $\widehat{HEF} = \widehat{FGH}$ et $\widehat{GHE} = \widehat{EFG}$.
[EG] et [HF] se coupent en leur milieu.
 $(EG) \perp (HF)$
 $(HE) \parallel (GF)$

Exemple - Rectangle :



- On sait que : ABCD est un rectangle de centre O.
- Or : *voir la propriété ci dessus*
- Donc : $AD = BC$ et $AB = CD$.
 $AC = BD$
 $OA = OB = OC = OD$
 $(AD) \parallel (BC)$

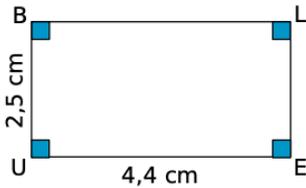
Remarques :

- Un losange est un parallélogramme, il en vérifie donc les propriétés.
- Un rectangle est un parallélogramme, il en vérifie donc les propriétés.
- Un carré est à la fois un losange et un rectangle. Il vérifie donc les deux propriétés ci-dessus.

Exercices

1. Propriétés du rectangle

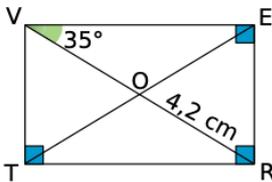
a. Dans la figure ci-dessous, quelle est la nature du quadrilatère BLEU ? Pourquoi ?



b. Que peut-on dire de la longueur des côtés opposés d'un rectangle ? Déduis-en les longueurs des côtés [BL] et [LE].

c. Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ?

2. Propriétés du rectangle



a. Recopie et complète :

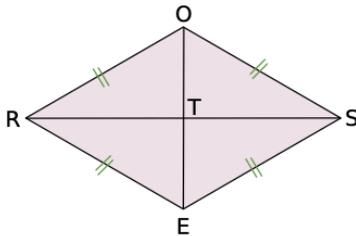
$$\begin{array}{l} OV = \dots ; \\ ET = \dots ; \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \widehat{RVT} = \dots ; \\ \widehat{OEV} = \dots . \end{array} \right.$$

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

3. Propriétés du losange

Dans chacun des cas suivants, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



a. On donne : $RO = 9,1$ cm, $\widehat{ORE} = 50^\circ$.
On demande : le périmètre P du losange, \widehat{ORS} , \widehat{OSE} et \widehat{ROS} .

b. On donne : $RT = 2,8$ cm, $OE = 4,2$ cm.
On demande : OT, RS et \widehat{RTO} .

c. On donne : $RE = 5,1$ cm, $\widehat{RES} = 110^\circ$.
On demande : \widehat{REO} , \widehat{ROE} et \widehat{ORE} .

d. On donne : $OR = 5$ cm, $\widehat{OSE} = 60^\circ$.
On demande : \widehat{ORE} , \widehat{SOR} , \widehat{SOE} et \widehat{SEO} .
Quelle est la nature du triangle OSE ?

4. Propriétés du carré

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que $NO = 5,2$ cm.

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR} = 45^\circ$.

d. Recopie et complète :
 $\widehat{RNI} = \dots$; $\widehat{OIN} = \dots$; $\widehat{ONI} = \dots$.

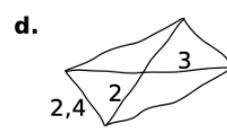
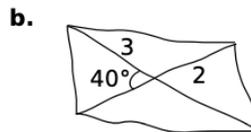
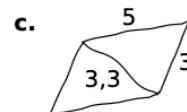
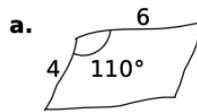
5. Avec trois points

a. Place trois points P, I et M non alignés.

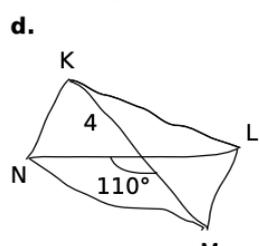
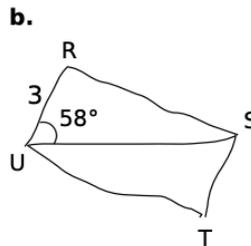
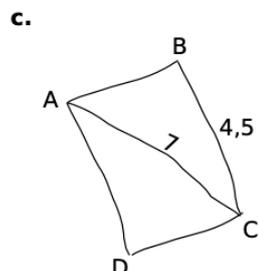
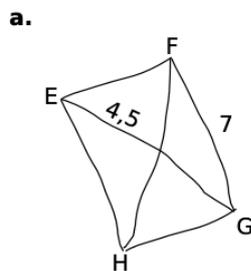
b. Place à main levée un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.

c. Combien y-a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points $N_1, N_2 \dots$. Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

6. Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



7. Construis les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures (les longueurs sont données en centimètres) :



8. Même exercice pour les losanges suivants :

