

FO 5 - Domaines de définition

Cours

Prérquis : A venir.

Définition : Le **domaine de définition** d'une fonction f est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la fonction f est définie. On le note D_f .

Remarques :

- Le domaine de définition dépend de la formule de la fonction.
- Certaines fonctions sont définies pour tous les nombres réels. Dans ce cas, on dit que leur domaine de définition est \mathbb{R} .
- D'autres fonctions ne sont pas définies pour certaines valeurs de x . Il faut alors déterminer le domaine de définition en excluant ces valeurs.
- Les principales raisons pour lesquelles une fonction n'est pas définie pour certaines valeurs de x sont :
 - La division par zéro
 - La racine carrée d'un nombre négatif

Exemples :

1. La fonction f définie par $f(x) = 2x + 3$ est définie pour tous les nombres réels. Son domaine de définition est donc $D_f = \mathbb{R}$.
2. La fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x-2}$ n'est pas définie pour $x = 2$ (division par zéro). Son domaine de définition est donc $D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
3. La fonction h définie par $h(x) = \sqrt{x+1}$ n'est pas définie pour $x < -1$ (racine carrée d'un nombre négatif). Son domaine de définition est donc $D_h = [-1; +\infty[$.

Méthode : Pour déterminer le domaine de définition d'une fonction définie par une formule, il faut étudier chaque élément de la formule qui peut poser problème.

Exemple : $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}$

- $x - 1 \geq 0 \implies x \geq 1$ (pour que la racine carrée soit définie)
- $x^2 - 4 \neq 0 \implies x \neq \pm 2$ (pour éviter la division par zéro)
- $x \geq 1$ et $x \neq \pm 2 \implies D_f = [1; +\infty[\setminus \{2\}$

Exercices

Exercice 1 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x + 1$
2. $g(x) = \frac{2}{x - 5}$
3. $h(x) = \sqrt{2x + 4}$
4. $k(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 3}}$

Exercice 2 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 9}$
2. $g(x) = \sqrt{5 - x}$
3. $h(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 4}$
4. $k(x) = x^2 - 3x + 2$

Exercice 3 : Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
2. $g(x) = x^2 - 9$
3. $h(x) = \frac{\sqrt{3x - 6}}{x^2 - 1}$
4. $k(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$