FO 1 - La notion de fonction

Cours

Définition : On appelle fonction toute correspondance qui à chaque élément d'un ensemble de départ (appelé **domaine de définition**) associe un et un seul élément d'un ensemble d'arrivée. On note :

$$\begin{aligned} f : D_f &\longrightarrow I \\ x &\longmapsto f(x) \end{aligned}$$

où f est la fonction, D_f son domaine de définition, I son ensemble d'arrivée, x un élément de D_f et $f(x)$ l'élément de I qui lui est associé.

Exemples :

1. $f : \{a; b; c\} \to \{\text{rouge} ;\text{vert} ;\text{bleu}\}$ définie par $f(a) = \text{bleu}$, $f(b) = \text{vert}$, $f(c) = \text{bleu}$.
2. $g : \{1; 2; 3\} \to \{2; 4; 6\}$ définie par $g(1) = 2$, $g(2) = 4$, $g(3) = 6$.

Remarques :

- Une fonction n'est donc qu'une table de correspondance entre deux ensembles. Il n'y a pas forcément de lien logique entre les éléments de l'ensemble de départ et ceux de l'ensemble d'arrivée.
- Si il existe un lien logique entre les éléments de l'ensemble de départ et ceux de l'ensemble d'arrivée, on peut définir la fonction par une **formule**.
- Dans ce cas, si les domaines sont évidents (par exemple l'ensemble de tous les nombres), on peut ne pas les préciser.

Exemples :

1. $f(x) = 2x + 3$
   On a alors par exemple : $f(0) = 2 \times 0 + 3 = 3$, $f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$, $f(-1) = 2 \times (-1) + 3 = 1$.
2. $g(x) = x^2 - 4x + 5$
   On a alors par exemple : $g(1) = 1^2 - 4 \times 1 + 5 = 2$, $g(-1) = (-1)^2 - 4 \times (-1) + 5 = 10$.

Remarque : Cette définition évident d'avoir à donner la table de correspondance complète, il suffit de connaitre le lien logique entre le nombre de départ et le nombre d'arrivée.

Vocabulaire : Soit f une fonction, a et b deux nombres tels quel $f(a) = b$. On dit que :

— f **associe** b à a.

— b est l'**image** de a par f.

— a est un **antécédent** de b par f.

Remarque : Pour une fonction, un nombre ne peut avoir qu'une image mais peut avoir plusieurs antécédents.

Exemple : Soit la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

- L'image de 2 par f est $f(2) = 2^2 = 4$. C'est la seule valeur associée à 2.
- 4 a deux antécédents par f : 2 et -2 car $f(2) = 2^2 = 4$ et $f(-2) = (-2)^2 = 4$.

Méthodes :

1. Pour calculer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule, il suffit de remplacer la variable par ce nombre dans la formule et de calculer le résultat.
2. Pour trouver les antécédents d'un nombre par une fonction définie par une formule, il faut résoudre l'équation $f(x) = \text{nombre}$.

Exercices

Exercice 1 : Soit une fonction f qui effectue les correspondances suivantes :

Départ	Arrivée
a	bleu
b	vert
c	bleu

1. Quelle est l'image de b par f ?
2. Quels sont les antécédents de bleu par f ?

Exercice 2 : Soit une fonction g qui effectue les correspondances suivantes :

Départ	Arrivée
1	2
2	4
3	6

1. Quelle est l'image de 3 par g ?
2. Quel est l'antécédent de 4 par g ?

Exercice 3 : Soit la fonction f définie par $f(x) = 3x + 1$.

1. Calculer $f(0)$, $f(1)$ et $f(-1)$.
2. Quel est l'antécédent de 10 par f ?

Exercice 4 : Soit la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 2x$.

1. Calculer $g(0)$, $g(1)$ et $g(-1)$.
2. Quels sont les antécédents de 0 par g ?

Exercice 5 : Soit la fonction h définie par $h(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

1. Calculer $h(0)$, $h(2)$ et $h(-1)$.
2. Quel est l'antécédent de 3 par h ?

Exercice 6 : On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + 1$. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-2		0		2
$f(x)$		5		-3	