

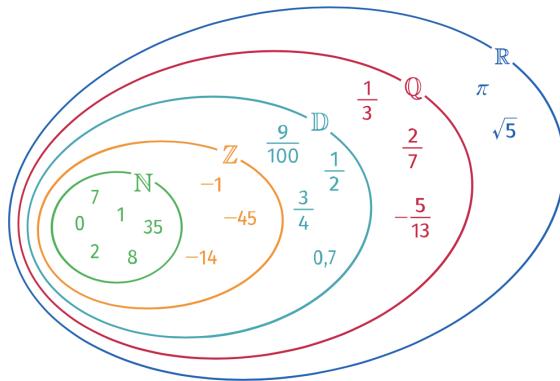
EN 15 : Notations - complément

Cours

Définition : Soit A et B deux ensembles. Si $A \subset B$, on dit que A est un sous-ensemble de B.

Propriété :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Définition : On note $A \setminus B$ l'ensemble des éléments qui appartiennent à A mais pas à B. Cet ensemble se lit "A privé de B".

Exemples :

1. Soit $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ et $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$.
Alors : $A \setminus B = \{1; 2; 3\}$ car 1, 2 et 3 appartiennent à A mais pas à B.
2. $\{1; 2; 3; 4; 5\} \setminus \{2; 4\} = \{1; 3; 5\}$
3. $\{a; b; c; d\} \setminus \{b; d\} = \{a; c\}$
4. $\mathbb{R} \setminus]0; 1[=]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$
5. $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ est l'ensemble des entiers strictement négatifs.

Remarque : Certains ensembles restreints sont tellement fréquents qu'ils ont leur propre notations :

- $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[= \mathbb{R}^*$ est l'ensemble des réels non nuls. Il se lit "R étoile".
- $[0; +\infty[= \mathbb{R}^+$ est l'ensemble des réels positifs ou nuls. Il se lit "R plus".
- $]-\infty; 0] = \mathbb{R}^-$ est l'ensemble des réels négatifs ou nuls. Il se lit "R moins".
- $]-\infty; 0[= \mathbb{R}^{-*}$ est l'ensemble des réels strictement négatifs. Il se lit "R moins étoile".
- $]0; +\infty[= \mathbb{R}^{+*}$ est l'ensemble des réels strictement positifs. Il se lit "R plus étoile".

Définition : $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres réels qui ne sont pas rationnels. On l'appelle l'ensemble des nombres irrationnels.

Exemples : $\sqrt{2}$ et π sont des nombres irrationnels.

Notation : On peut définir des ensembles de nombres en utilisant des propriétés. On utilise alors des accolades {} et le symbole | qui se lit "tel que".

Exemples :

- L'ensemble des nombres réels positifs s'écrit : $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$.
- L'ensemble des nombres entiers pairs s'écrit : $\{n \in \mathbb{Z} | n \text{ est pair}\}$.
- L'ensemble des nombres rationnels compris entre 0 et 1 s'écrit : $\{x \in \mathbb{Q} | 0 < x < 1\}$.
- L'ensemble des nombres réels dont le carré est inférieur à 4 s'écrit : $\{x \in \mathbb{R} | x^2 < 4\}$.

Exercices

Exercice 1 : Donner les ensembles suivants en extension (en énumérant les éléments) :

1. $\{n \in \mathbb{Z} | -2 \leq n \leq 2\}$
2. $\{x \in \mathbb{R} | x^2 = 1\}$
3. $\{x \in \mathbb{R} | x^2 < 4\}$
4. $\{n \in \mathbb{N} | n \text{ est impair et } n < 10\}$
5. $\{x \in \mathbb{Q} | 0 < x \leq 1 \text{ et } x = \frac{1}{n} \text{ avec } n \in \mathbb{N}^*\}$

Exercice 2 : Donner les ensembles suivants en compréhension (en utilisant des propriétés) :

1. $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$
2. $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
3. $\{2; 4; 6; 8; 10; 12\}$
4. L'ensemble des nombres réels dont le carré est supérieur ou égal à 9.
5. L'ensemble des nombres rationnels compris entre -2 et 5.

Exercice 3 : Déterminer les ensembles suivants :

1. Soit $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ et $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$. Déterminer $A \setminus B$.
2. Soit $C = \{a; b; c; d\}$ et $D = \{b; d; e\}$. Calculer $C \setminus D$.
3. $\mathbb{R} \setminus]-1; 1[$.
4. $\mathbb{R} \setminus]-\infty; -3]$.

Exercice 4 : Pour chaque couple d'ensembles A et B, dire si A est un sous-ensemble de B :

1. $A = \{1; 2; 3\}$ et $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
2. $A = \{\text{rouge; vert}\}$ et $B = \{\text{bleu; jaune; vert}\}$
3. $A = \mathbb{N}$ et $B = \mathbb{Z}$
4. $A = \mathbb{Q}$ et $B = \mathbb{R}$
5. $A = \{a; e; i; o; u\}$ et $B = \{a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; k; l; m; n; o; p; q; r; s; t; u; v; w; x; y; z\}$
6. $A = \mathbb{R}^+$ et $B = \mathbb{R}$