

# EN 12 : Les ensembles finis

## Cours

**Définition :** Un ensemble fini est un ensemble qui contient un nombre fini d'éléments.

**Remarque :** On peut donc compter le nombre d'éléments dans un ensemble fini.

**Notation :** Un ensemble fini est délimité par des accolades {} et les éléments sont séparés par des points-virgules ou des virgules (cela peut varier selon les pays).

**Exemples :**

- L'ensemble des jours de la semaine : {lundi; mardi; mercredi; jeudi; vendredi; samedi; dimanche} est un ensemble fini contenant 7 éléments.
- L'ensemble des mois de l'année : {janvier; février; mars; avril; mai; juin; juillet; août; septembre; octobre; novembre} est un ensemble fini contenant 12 éléments.
- L'ensemble des nombres entiers naturels inférieurs à 10 : {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} est un ensemble fini contenant 10 éléments.

**Notation :** Le nombre d'éléments dans un ensemble fini A se nomme le cardinal de A et est noté  $|A|$  ou  $\text{card}(A)$ .

**Exemples :**

- $A = \{1; 3; 5; 7\}$ , alors  $|A| = 4$  car A contient 4 éléments.
- $B = \{\text{rouge; vert; bleu}\}$ , alors  $|B| = 3$  car B contient 3 éléments.

**Rappel :** Nous avons déjà vu la notion d'appartenance et d'inclusion des ensembles de nombres. Ces notions s'appliquent aussi aux ensembles finis.

**Exemples :**

- $2 \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$  car 2 est un élément de l'ensemble.
- $5 \notin \{0; 1; 2; 3; 4\}$  car 5 n'est pas un élément de l'ensemble.
- $\{1; 2\} \subset \{0; 1; 2; 3; 4\}$  car tous les éléments de {1; 2} appartiennent à {0; 1; 2; 3; 4}.
- $\{2; 5\} \not\subset \{0; 1; 2; 3; 4\}$  car 5 n'appartient pas à {0; 1; 2; 3; 4}.
- Si  $A = \{1; 2; 3\}$  et  $B = \{2; 3; 4; 5\}$ , alors  $A \not\subset B$  car 1 n'appartient pas à B.

**Remarque :** Un ensemble peut être vide, c'est à dire ne contenir aucun élément. On le note  $\emptyset$  ou {}.

**Exemple :** L'ensemble des nombres entiers naturels inférieurs à 0 est l'ensemble vide : {} car il n'existe pas de nombre entier naturel inférieur à 0.

**Propriété :** On peut considérer des ensembles de tout types d'objets et en particulier des ensembles d'ensembles.

**Exemple :** Soit  $A = \{1; 2\}$  et  $B = \{3; 4\}$ . L'ensemble  $C = \{A; B\} = \{\{1; 2\}; \{3; 4\}\}$  est un ensemble contenant deux éléments qui sont eux-mêmes des ensembles.

**Remarque :** Les ensembles que nous avons étudiés dans les fiches précédentes ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{D}$  et  $\mathbb{Q}$ ) ne sont pas des ensembles finis.

## Exercices

**Exercice 1 :** Donner le cardinal des ensembles suivants :

1.  $A = \{2; 4; 6; 8; 10\}$
2.  $B = \{\text{lundi; mardi; mercredi; jeudi; vendredi}\}$
3.  $C = \{a; b; c; d; e; f; g; h; i; j\}$
4.  $D = \{\}$
5.  $E = \{\text{rouge; vert; bleu; jaune}\}$
6.  $F = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

**Exercice 2 :** Pour chaque ensemble, indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

1. Soit  $A = \{1; 2; 3; 4\}$ .  $2 \in A$
2. Soit  $B = \{\text{rouge; vert; bleu}\}$ .  $\text{jaune} \in B$
3. Soit  $C = \{5; 6; 7\}$ .  $\{5; 6\} \subset C$
4. Soit  $D = \{a; b; c; d\}$ .  $\{b; e\} \subset D$
5. Soit  $E = \{10; 20; 30; 40; 50\}$ .  $|E| = 6$
6. Soit  $F = \{\}$ .  $|F| = 0$

**Exercice 3 :** Soit  $A = \{1; 2; 3\}$  et  $B = \{2; 3; 4; 5\}$ . Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses :

1.  $1 \in A$
2.  $4 \in A$
3.  $B \subset A$
4.  $A \subset B$
5.  $|A| = 3$
6.  $|B| = 5$

**Exercice 4 :** Écrire les ensembles suivants en extension (c'est à dire en listant tous leurs éléments) :

1. L'ensemble des jours du week-end.
2. L'ensemble des mois de l'année qui ont 30 jours.
3. L'ensemble des nombres entiers naturels inférieurs ou égal à 5.
4. L'ensemble des couleurs primaires (en synthèse soustractive).
5. L'ensemble des nombres entiers naturels pairs inférieurs ou égal à 10.

**Exercice 5 :** Soit  $A = \{1; 2; 3\}$  et  $B = \{3; 4; 5\}$ . Construire l'ensemble  $C$  qui contient tous les éléments de  $A$  et de  $B$ .

**Exercice 7 :** Recopier et compléter les phrases suivantes avec les symboles  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$  ou  $\not\subset$  :

1.  $3 \dots \{1; 2; 3; 4; 5\}$
2.  $6 \dots \{1; 2; 3; 4; 5\}$
3.  $\{2; 3\} \dots \{1; 2; 3; 4; 5\}$
4.  $\{4; 6\} \dots \{1; 2; 3; 4; 5\}$
5.  $\{1; 2; 3\} \dots \{3; 4; 5; 6\}$
6.  $\{4; 5\} \dots \{3; 4; 5; 6\}$