

EN 11 : Ensembles de nombres - Appartenance et inclusion

Cours

Définition et notation :

- Un ensemble de nombres est un regroupement de nombres qui partagent des caractéristiques communes.
- Pour les ensembles de nombres que l'on utilise souvent, on introduit des notations pour les désigner.
- Ces notations consistent souvent en une lettre avec une double barre.

Exemples - Notation des principaux ensembles de nombres au collège :

- \mathbb{N} : l'ensemble des entiers naturels (c'est à dire des entiers positifs) ;
- \mathbb{Z} : l'ensemble des entiers relatifs (positifs et négatifs) ;
- \mathbb{D} : l'ensemble des nombres décimaux (c'est à dire les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction décimale) ;
- \mathbb{Q} : l'ensemble des nombres rationnels (c'est à dire les nombres qui peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction).

Définition : Un nombre appartient à un ensemble s'il fait partie de cet ensemble. On utilisera la notation \in pour dire "appartient à" et \notin pour dire "n'appartient pas à".

Exemples :

- $5 \in \mathbb{N}$ car 5 est un entier naturel.
- $-3 \notin \mathbb{N}$ car -3 n'est pas un entier naturel.
- $-2 \in \mathbb{Z}$ car -2 est un entier relatif.
- $0 \in \mathbb{Z}$ car 0 est un entier relatif.
- $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ car $\frac{3}{4}$ est un nombre rationnel.
- $2,5 \in \mathbb{Q}$ car $2,5 = \frac{5}{2}$ est un nombre rationnel.
- $\pi \notin \mathbb{Q}$ car π n'est pas un nombre rationnel.

Définition : Un ensemble A est inclus dans un ensemble B si tous les éléments de A appartiennent à B. On note $A \subset B$ pour dire que A est inclus dans B.

Exemples :

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ car tous les entiers naturels sont des entiers relatifs.
- $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ car tous les entiers relatifs sont des nombres rationnels.

Propriété : Les principaux ensembles de nombres sont inclus les uns dans les autres de la manière suivante :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

Remarque : Cela signifie que tout entier naturel est aussi un entier relatif, un nombre décimal et un nombre rationnel. De même, tout entier relatif est aussi un nombre décimal et un nombre rationnel. Enfin, tout nombre décimal est aussi un nombre rationnel.

Exercices

Exercice 1 : Pour chaque nombre, indiquer à quel(s) ensemble(s) il appartient parmi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} et \mathbb{Q} . 1. 7

2. -4 3. 0 4. $3,5$ 5. $\frac{2}{3}$ 6. $-1,2$ 7. $\frac{5}{2}$ 8. π

Exercice 2 : Recopier et compléter les phrases suivantes avec les symboles \in ou \notin .

1. $12 \in \mathbb{N}$
2. $-7 \in \mathbb{Z}$
3. $0 \in \mathbb{N}$
4. $4,25 \in \mathbb{D}$
5. $\frac{9}{4} \in \mathbb{Q}$
6. $-2,5 \in \mathbb{D}$
7. $\frac{6}{3} \in \mathbb{N}$
8. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

Exercice 3 : Recopier et compléter les phrases suivantes avec les symboles \subset ou $\not\subset$.

1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
2. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$
3. $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
4. $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$
5. $\mathbb{N} \subset \mathbb{D}$
6. $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$

Exercice 4 : Pour chaque nombre, indiquer le plus petit ensemble parmi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{D} et \mathbb{Q} auquel il appartient.

1. 5 2. -3 3. 0 4. $2,75$ 5. $\frac{7}{4}$ 6. $-0,5$ 7. $\frac{10}{2}$