

CL8 : Equations produit nul

Cours

Propriété - équation produit nul : Pour tous nombres a , b et c , on a :

$$a \times b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ou } b = 0$$

Remarque : Si le produit de deux facteurs est nul, alors au moins un des facteurs est nul.

Méthode : Pour résoudre une équation produit nul, on suit les étapes suivantes :

1. On met l'équation sous la forme $A \times B = 0$.
2. On utilise la propriété de l'équation produit nul pour écrire le système d'équations $A = 0$ ou $B = 0$.
3. On résout chaque équation du système.
4. On fait une phrase réponse en donnant les solutions de l'équation.

Exemples :

1. Résoudre l'équation $(x - 3)(x + 2) = 0$.

$$\begin{aligned}(x - 3)(x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 3 &= 0 \text{ ou } x + 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 3 \text{ ou } x = -2\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont $x = 3$ ou $x = -2$.

2. Résoudre l'équation $2(x - 1)(x + 4) = 0$.

$$\begin{aligned}2(x - 1)(x + 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 &= 0 \text{ ou } (x - 1) = 0 \text{ ou } (x + 4) = 0 \text{ (le facteur 2 ne peut pas être nul)} \\ \Leftrightarrow x - 1 &= 0 \text{ ou } x + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 1 \text{ ou } x = -4\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont $x = 1$ ou $x = -4$.

3. Résoudre l'équation $(x^2 - 4)(x + 5) = 0$.

$$\begin{aligned}(x^2 - 4)(x + 5) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - 4 &= 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) &= 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow x - 2 &= 0 \text{ ou } x + 2 = 0 \text{ ou } x + 5 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 2 \text{ ou } x = -2 \text{ ou } x = -5\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont $x = 2$ ou $x = -2$ ou $x = -5$.

4. $(x - 1)(2x + 1) - (x - 1)(x + 3) = 0$

$$\begin{aligned}(x - 1)(2x + 1) - (x - 1)(x + 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)((2x + 1) - (x + 3)) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - 1)(x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x - 1 &= 0 \text{ ou } x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= 1 \text{ ou } x = 2\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation sont $x = 1$ ou $x = 2$.

Exercices

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes :

1. $(x - 3)(x + 2) = 0$
2. $2(x - 1)(x + 4) = 0$
3. $(2x - 1)(x + 5) = 0$
4. $(x - 2)(x + 1) = 0$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

1. $(x + 1)(x - 5) = 0$
2. $3(x - 4)(x + 2) = 0$
3. $(x - 3)(x + 3)(x - 1) = 0$
4. $(x + 3)(3x - 1) = 0$

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes :

1. $(x - 1)(2x + 1) - (x - 1)(x + 3) = 0$
2. $(x + 2)(x - 3) - (x + 2)(x - 1) = 0$
3. $(2x - 1)(x + 4) - (2x - 1)(x - 2) = 0$
4. $(x - 3)(x + 1) - (x - 3)(x - 4) = 0$

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes :

1. $(x - 2)(x + 3)(x - 1) = 0$
2. $(x + 1)(x - 4)(x + 5) = 0$
3. $(2x - 1)(x + 3)(x - 2) = 0$
4. $(x - 3)(x + 2)(x - 4) = 0$

Exercice 5 : Résoudre les équations suivantes :

1. $(\frac{3}{2}x - \frac{1}{3})(x + 4) = 0$
2. $(2x + 1)(\frac{1}{2}x - 3) = 0$
3. $(\frac{1}{3}x - 2)(3x + 1) = 0$
4. $(4x - 1)(\frac{1}{4}x + 2) = 0$