

CL7 : La distributivité - double distributivité

Cours

Propriété - double distributivité : Pour tous nombres a , b , c et d , on a :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

- $(x + 2)(x + 3) = x \times x + x \times 3 + 2 \times x + 2 \times 3 = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$
- $(2a - 1)(3a + 4) = 2a \times 3a + 2a \times 4 + (-1) \times 3a + (-1) \times 4 = 6a^2 + 8a - 3a - 4 = 6a^2 + 5a - 4$
- $(x - 1)(x + 1) = x \times x + x \times 1 + (-1) \times x + (-1) \times 1 = x^2 - 1$

Remarque : On peut distribuer sur une somme qui contient plus de deux termes.

Exemples :

- $2(x + 3 + x^2) = 2 \times x + 2 \times 3 + 2 \times x^2 = 2x + 6 + 2x^2$
- $(-3 + y)(2y - 4 + y^2) = -3 \times 2y + (-3) \times (-4) + (-3) \times y^2 + y \times 2y + y \times (-4) + y \times y^2 = -6y + 12 - 3y^2 + 2y^2 - 4y + y^3 = -y^2 - 6y + 12 + y^3$

Remarque : On peut également appliquer la distributivité lorsqu'il y a plus de deux facteurs. La multiplication étant commutative, on peut faire les calculs dans l'ordre souhaité.

Exemples :

- $(x + 2)(x + 3)(x + 4)$
 $= (x + 2)(x^2 + 7x + 12)$ (on développe les deux premiers facteurs)
 $= x^3 + 7x^2 + 12x + 2x^2 + 14x + 24$ (on développe le résultat avec le troisième facteur)
 $= x^3 + 9x^2 + 26x + 24$ (on réduit)
- $(2x - 1)(x + 3)(x - 4)$
 $= (2x - 1)(x^2 - x - 12)$ (on développe les deux derniers facteurs)
 $= 2x^3 - 2x^2 - 24x - x^2 + x + 12$ (on développe le résultat avec le premier facteur)
 $= 2x^3 - 3x^2 - 23x + 12$ (on réduit)

Remarque : On peut aussi utiliser la distributivité pour factoriser une expression littérale.

Exemples :

1. $(x + 2)(x + 3) - (x + 2)(x - 4) = (x + 2)((x + 3) - (x - 4)) = (x + 2)(7) = 7(x + 2)$
- 2.

$$\begin{aligned}(2x - 1)(x + 3) + (2x - 1)(x - 4) &= (2x - 1)((x + 3) + (x - 4)) \\ &= (2x - 1)(2x - 1) \\ &= (2x - 1)^2\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}(x+1)(x-2) - (x-2)(x-3) + (x-2)(x+4) &= (x-2)((x+1) - (x-3) + (x+4)) \\ &= (x-2)(2x+6) \\ &= 2(x-2)(x+3)\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}(2x-2)(x-3) - (x-1)(4x+1) &= 2(x-1)(x-3) - (x-1)(4x+1) \\ &= (x-1)(2(x-3) - (4x+1)) \\ &= (x-1)(-2x-7) \\ &= -(x-1)(2x+7)\end{aligned}$$

Exercices

Exercice 1 : Développer les expressions suivantes :

1. $A = (x+2)(x+3)$
2. $B = (2a-1)(3a+4)$
3. $C = (x-1)(x+1)$
4. $D = (y+5)(y-2)$

Exercice 2 : Développer les expressions suivantes :

1. $D = (3x+4)(2x-5)$
2. $E = (4a-3)(a+2)$
3. $F = (x+1)(x-4)$
4. $G = (5y-2)(y+3)$

Exercice 3 : Développer les expressions suivantes :

1. $H = (x+2)(x+3)(x+4)$
2. $I = (2x-1)(x+3)(x-4)$
3. $J = (y+1)(y-2)(y+3)$
4. $K = (3y-2)(y+4)(y-1)$

Exercice 4 : Développer les expressions suivantes :

1. $L = (x+1)(x-2) - (x-2)(x-3) + (x-2)(x+4)$
2. $M = (2x-2)(x-3) - (x-1)(4x+1)$
3. $N = (y+3)(y-1) + (y-1)(y-4) - (y-1)(y+2)$
4. $O = (3y-1)(y+2) - (2y-1)(y-3) + (y-1)(y+4)$

Exercice 5 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $P = (x+2)(x+3) - (x+2)(x-4)$
2. $Q = (2x-1)(x+3) + (2x-1)(x-4)$
3. $R = (x+1)(x-2) - (x-2)(x-3) + (x-2)(x+4)$
4. $S = (2x-2)(x-3) - (x-1)(4x+1)$