

CL6 : La distributivité - développement et factorisation

Cours

Propriété - distributivité : Pour tous nombres a , b et k , on a :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Définitions :

- On dit qu'une expression littérale est une somme lorsque le dernier calcul qu'il faut effectuer pour l'évaluer est une addition.
- On dit qu'une expression littérale est un produit lorsque le dernier calcul qu'il faut effectuer pour l'évaluer est une multiplication.

Définitions :

- **Développer** une expression littérale, c'est utiliser la distributivité pour transformer un produit en une somme :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

- **Factoriser** une expression littérale, c'est utiliser la distributivité pour transformer une somme en un produit :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Exemples - Développer :

- $2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3 = 2x + 6$
- $3(y - 4) = 3 \times y + 3 \times (-4) = 3y - 12$
- $-5(2x + 1) = -5 \times 2x + (-5) \times 1 = -10x - 5$
- $4(3a - 2b + 1) = 4 \times 3a + 4 \times (-2b) + 4 \times 1 = 12a - 8b + 4$
- $2x(x^2 - 2x + 3) = 2x \times x^2 + 2x \times (-2x) + 2x \times 3 = 2x^3 - 4x^2 + 6x$
- $-x(y + z) = -x \times y + (-x) \times z = -xy - xz$
- $-5(2x + 1) + 3(4x - 2) = -10x - 5 + 12x - 6 = 2x - 11$

Exemples - Factoriser :

- $3x - 6 = 3 \times x + 3 \times (-2) = 3(x - 2)$
- $5y + 15 = 5 \times y + 5 \times 3 = 5(y + 3)$
- $-4x + 8 = -4 \times x + (-4) \times (-2) = -4(x - 2)$
- $6a - 4b + 2 = 2 \times 3a + 2 \times (-2b) + 2 \times 1 = 2(3a - 2b + 1)$
- $3x^2 - 6x + 9 = 3 \times x^2 + 3 \times (-2x) + 3 \times 3 = 3(x^2 - 2x + 3)$
- $-2xy + 4xz = (-2x) \times y + (-2x) \times 2z = -2x(y + 2z)$

Remarque : Si tout le terme est mis en facteur, il ne faut pas oublier de mettre le 1 dans la parenthèse.

Exemples :

- $5x + 5 = 5 \times x + 5 \times 1 = 5(x + 1)$
- $-3y - 3 = -3 \times y + (-3) \times 1 = -3(y + 1)$

Exercices

Exercice 1 : Développer les expressions suivantes :

1. $A = 2(x + 3)$
2. $B = 3(y - 4)$
3. $C = -5(2x + 1)$
4. $D = 4(3a - 2b + 1)$

Exercice 2 : Développer les expressions suivantes :

1. $A = -2(x + 5)$
2. $B = -3(y - 2)$
3. $C = 6(2x - 3)$
4. $D = -4(a + 2b - 1)$

Exercice 3 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 3x - 6$
2. $B = 5y + 15$
3. $C = -4x + 8$
4. $D = 6a - 4b + 2$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = -2x + 10$
2. $B = -3y - 9$
3. $C = 8x - 12$
4. $D = -4a + 8b - 4$

Exercice 5 : Développer puis réduire les expressions suivantes :

1. $A = 2(x + 3) + 4(x - 1)$
2. $B = 3(y - 2) - 2(y + 5)$
3. $C = -5(2x + 1) + 3(4x - 2)$
4. $D = 4(3a - 2b + 1) - 2(a + b - 3)$

Exercice 6 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = 6x^2 + 9x$
2. $B = 8y^2 - 12y$
3. $C = -10a^2 + 15a$
4. $D = 14b^2 + 21b - 7$

Exercice 7 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $A = -4x^2 + 8xy$
2. $B = 6y^2 - 9yz + 3y$
3. $C = 10a^2 + 15ab - 5b$
4. $D = -12b^2 + 18bc - 6c$