CL12 : Fractions littérales

Cours

Définition : Une **fraction littérale** est une expression de la forme $\frac{A}{B}$ où A et B sont des expressions littérales et $B \neq 0$.

Remarque : On ne peut pas diviser par 0. Il faut donc toujours vérifier que le dénominateur n'est pas nul.

Méthode : Pour simplifier une fraction littérale, on suit les étapes suivantes :
1. On indique les valeurs interdites, c'est-à-dire les valeurs qui rendent le dénominateur nul.
2. On factorise le numérateur et le dénominateur si possible.
3. On simplifie la fraction en annulant les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

Exemples :
1. Simplifier la fraction $\frac{x^2+2x+1}{x^2-1}$.
   Valeurs interdites : $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ et $x \neq -1$

$$\begin{aligned}\frac{x^2+2x+1}{x^2-1} &= \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)}\\ &= \frac{(x+1)}{(x-1)}\end{aligned}$$

2. Simplifier la fraction $\frac{2x^2+4x}{4x^2-16}$.
   Valeurs interdites : $4x^2-16 \neq 0 \Leftrightarrow 4(x^2-4) \neq 0 \Leftrightarrow 4(x-2)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ et $x \neq -2$

$$\begin{aligned}\frac{2x^2+4x}{4x^2-16} &= \frac{2x(x+2)}{4(x-2)(x+2)}\\ &= \frac{2x}{4(x-2)}\\ &= \frac{x}{2(x-2)}\end{aligned}$$

Méthode : Pour additionner ou soustraire des fractions littérales, on suit les étapes suivantes :
1. On indique les valeurs interdites, c'est-à-dire les valeurs qui rendent le dénominateur nul.
2. On met les fractions au même dénominateur.
3. On additionne ou on soustrait les numérateurs.
4. On simplifie la fraction si possible.

Exemples :
1. Calculer $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x-1}$.

Valeurs interdites : $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$ et $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

$$\begin{aligned}
\frac{x}{x+2}+\frac{3}{x-1} &= \frac{x(x-1)}{(x+2)(x-1)}+\frac{3(x+2)}{(x+2)(x-1)} \\
&= \frac{x(x-1)+3(x+2)}{(x+2)(x-1)} \\
&= \frac{x^2-x+3x+6}{(x+2)(x-1)} \\
&= \frac{x^2+2x+6}{(x+2)(x-1)}
\end{aligned}$$

2. Calculer $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.
   Valeurs interdites : $x \neq 0$ et $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1} &= \frac{1(x+1)}{x(x+1)}-\frac{1(x)}{x(x+1)} \\
&= \frac{(x+1)-x}{x(x+1)} \\
&= \frac{1}{x(x+1)}
\end{aligned}$$

Exercices

Exercice 1 : Simplifier les fractions suivantes :

1. $\mathrm{A}=\frac{x^2-4}{x^2+2x}$
2. $\mathrm{B}=\frac{3x^2+6x}{9x^2-25}$
3. $\mathrm{D}=\frac{4x^2-1}{2x^2+3x-5}$

Exercice 2 : Simplifier les fractions suivantes :

1. $\mathrm{E}=\frac{2x^2+8x}{6x^2-18}$
2. $\mathrm{H}=\frac{3x^2-12}{12x^2-27}$

Exercice 3 : Calculer les sommes suivantes :

1. $\mathrm{I}=\frac{x}{x+1}+\frac{2}{x-1}$
2. $\mathrm{J}=\frac{3}{x}+\frac{4}{x+2}$
3. $\mathrm{L}=\frac{1}{x+4}+\frac{3}{x-4}$

Exercice 4 : Calculer les différences suivantes :

1. $\mathrm{M}=\frac{2}{x}-\frac{1}{x+1}$
2. $\mathrm{P}=\frac{3}{x+3}-\frac{1}{x-3}$

Exercice 5 : Calculer les expressions suivantes :

1. $\mathrm{Q}=\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x^2-1}$
2. $\mathrm{R}=\frac{3}{x}-\frac{2}{x+2}+\frac{1}{x^2+2x}$
3. $\mathrm{S}=\frac{4x}{x-3}+\frac{5}{x+3}-\frac{6x}{x^2-9}$