

CL11 : Développer et factoriser - Niveau 2

Cours

Remarque : Une grande source d'erreurs dans le développement et la factorisation est la mauvaise gestion des signes.

Une méthode pour éviter les erreurs est de privilégier les additions (en se rappelant que soustraire un nombre revient à ajouter son opposé) et de garder les parenthèses avant de distribuer un signe.

Exemples - Développer :

- $-(x + 3) = -1 \times (x + 3) = -1 \times x + (-1) \times 3 = -x - 3$
- $-(2y - 4) = -1 \times (2y - 4) = -1 \times 2y + (-1) \times (-4) = -2y + 4$
- $3 - (x + 5) = 3 + (-1) \times (x + 5) = 3 + (-1) \times x + (-1) \times 5 = 3 - x - 5 = -x - 2$
- $4 - (2a - 3) = 4 + (-1) \times (2a - 3) = 4 + (-1) \times 2a + (-1) \times (-3) = 4 - 2a + 3 = -2a + 7$
- $-(x - 1)(x + 1) = -1 \times (x - 1)(x + 1) = -1 \times (x^2 - 1) = -x^2 + 1$
- $-2(2y - 3)(3y - 1) = -2 \times (2y - 3)(3y - 1) = -2 \times (6y^2 - 2y - 9) = -12y^2 + 4y + 18$

Remarque : Pour factoriser, il faut faire apparaître un facteur commun dans chaque terme de l'expression. Même si la factorisation ne semble pas évidente, il faut faire confiance à l'énoncé. La factorisation doit être possible si l'énoncé le demande.

Exemples - Factoriser :

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + x + 3 &= x(x + 3) + 1(x + 3) \\ &= (x + 1)(x + 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2x + 2)(x - 3) + (x + 1)(x + 5) &= 2(x + 1)(x - 3) + (x + 1)(x + 5) \\ &= (x + 1)(2(x - 3) + (x + 5)) \\ &= (x + 1)(2x - 6 + x + 5) \\ &= (x + 1)(3x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 1 - (x + 1)(2x - 3) &= (x + 1)^2 - (x + 1)(2x - 3) \\ &= (x + 1)((x + 1) - (2x - 3)) \\ &= (x + 1)(x + 1 - 2x + 3) \\ &= (x + 1)(-x + 4) \\ &= -(x + 1)(x - 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3x^2 - 3 - (x - 1)(2x + 4) &= 3(x^2 - 1) - (x - 1)(2x + 4) \\ &= 3(x - 1)(x + 1) - (x - 1)(2x + 4) \\ &= (x - 1)(3(x + 1) - (2x + 4)) \\ &= (x - 1)(3x + 3 - 2x - 4) \\ &= (x - 1)(x - 1) \\ &= (x - 1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4x^2 + 4x + 1 - (2x + 1)(x - 2) &= (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x - 2) \\
&= (2x + 1)((2x + 1) - (x - 2)) \\
&= (2x + 1)(2x + 1 - x + 2) \\
&= (2x + 1)(x + 3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(2x - 1)^2 - (x - 3)^2 &= (2x - 1 + (x - 3))(2x - 1 - (x - 3)) \\
&= (3x - 4)(x + 2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(x^2 - 3x - 1)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2 &= ((x^2 - 3x - 1) + (x^2 - 2x - 3))((x^2 - 3x - 1) - (x^2 - 2x - 3)) \\
&= (2x^2 - 5x - 4)(-x + 2) \\
&= -(2x^2 - 5x - 4)(x - 2)
\end{aligned}$$

Exercices

Exercice 1 : Développer les expressions suivantes :

1. $A = -(x + 3)$
2. $B = -(2y - 4)$
3. $C = 3 - (x + 5)$

Exercice 2 : Développer les expressions suivantes :

1. $E = -(x - 1)(x + 1)$
2. $F = -2(2y - 3)(3y - 1)$
3. $G = -(3a + 2)(a - 4)$

Exercice 3 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $I = 2x^2 + 6x + x + 3$
2. $J = (2x + 2)(x - 3) + (x + 1)(3x - 1)$
3. $K = 9x^2 + 6x + 1 - (3x + 1)(2x - 3)$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $M = 4x^2 + 4x + 1 - (2x + 1)(x - 2)$
2. $N = (3x + 3)(2x - 1) - x^2 + 1$
3. $O = 9x^2 - 12x + 4 - (x + 1)(3x - 2)$

Exercice 5 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $Q = (x + 1)^2 - (x - 1)(x + 3) - x^2 + 1$
2. $R = 2(x - 2)(x + 3) - (x + 3)^2 - 2(3x + 9)$
3. $S = 3(x + 1)(x - 4) - (x - 4)(x + 2) + (x - 4)^2$

Exercice 6 : Factoriser les expressions suivantes :

1. $U = (2x - 1)^2 - (x - 3)^2$
2. $V = (x^2 - 3x - 1)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2$
3. $W = (3x + 1)^2 - (2x - 5)^2$