

AR 2 : Diviseurs et multiples

Cours

Définition : Soient a et b des entiers. b divise a s'il existe un entier c tel que : $a = b \times c$. On dit alors :

- b divise a .
- b est un diviseur de a .
- a est un multiple de b .
- a est divisible par b .

Notation : b divise a se note $b \mid a$.

Exemple : $56 = 7 \times 8$. On peut donc dire au choix : 7 divise 56 ; 8 divise 56 ; 56 est un multiple de 7 ; 56 est un multiple de 8 ; 56 est divisible par 7 et par 8 ; 7 et 8 sont des diviseurs de 56.

Propriété : On dit que b divise a si le reste dans la division euclidienne de a par b est zéro.

Exemple : $64 = 8 \times 8 + 0$. Le reste est 0 donc 8 divise 64.

Remarque : Attention, le mot "diviseur" a ici un sens différent de celui de la fiche précédente.

Propriété :

- Tout entier non nul admet au moins deux diviseurs, 1 et lui-même.
- Tout nombre entier admet une liste finie de diviseurs.
- 0 est divisible par tous les entiers.

Exemple : Les diviseurs de 72 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72.

Méthode : Les diviseurs fonctionnent par paires (1×72 ; 2×36 , ...). Pour établir la liste des diviseurs d'un nombre il suffit de tester jusqu'au premier nombre qui multiplié par lui même, dépasse le nombre souhaité.

Exemple : Pour les diviseurs de 102, il suffit de tester jusqu'à 11 car $11 \times 11 = 121 > 102$.

A chaque diviseur inférieur à 11 obtenu, il faut trouver le diviseur supérieur à 11 associé.

On obtient ainsi les diviseurs suivants : 1 et 102 ; 2 et 51 ; 3 et 34 ; 6 et 17.

Propriété - Critères de divisibilités :

Un nombre est divisible par	si
2	le chiffre des unités est pair.
3	la somme de tous les chiffres du nombre est divisible par 3.
4	le nombre formé par les deux derniers chiffres est divisible par 4 ou le nombre se termine par 00.
5	le chiffre des unités est 0 ou 5.
6	le nombre est divisible à la fois par 2 et par 3.
9	la somme de ses chiffres est divisible par 9.
10	le dernier chiffre est 0.

Définition : Un nombre pair est un nombre divisible par 2. Un nombre impair est un nombre qui n'est pas divisible par 2.

Exercices

- Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.
 - 6 divise 42
 - 7 est un multiple de 63
 - 100 est divisible par 4
 - 18 est un multiple de 3
- Compléter les phrases suivantes avec « divise » ou « est un multiple de » :
 - 8 ... 64
 - 120 ... 10
 - 9 ... 3
 - 45 ... 5
- Écrire une égalité de la forme $a = b \times c$ pour montrer que :
 - 5 divise 35
 - 12 est un multiple de 4
 - 6 divise 96
- Trouver tous les diviseurs de 36.
- Trouver tous les diviseurs de 60.
- Trouver tous les diviseurs de 84 (utiliser la méthode par paires).
- Le nombre 124 est-il divisible par 2 ; 3 ; 4 ? Justifier à l'aide des critères de divisibilité.
- Le nombre 1 035 est-il divisible par : 5 ; 9 ; 3 ? Justifier à l'aide des critères de divisibilité.
- Écrire 3 nombres de 3 chiffres divisibles par :
 - 5
 - 9
 - 10
- Combien y a-t-il de diviseurs pour le nombre 90 ?
- Trouver un nombre compris entre 90 et 110 qui est divisible par :
 - 2 et 5
 - 3 et 4
- On a $120 = b \times c$. Trouver deux paires possibles de b et c .
- Un nombre est divisible par 2, 3 et 5. Est-il forcément divisible par 6 ? Par 10 ? Par 15 ? Justifier.
- Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont divisibles par 3 :
 $213 \quad 120 \quad 402 \quad 407 \quad 444 \quad 505$
- Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont divisibles par 4 :
 $120 \quad 204 \quad 408 \quad 222 \quad 236 \quad 400$
- Trouver un nombre de 3 chiffres divisible par 2, 3 et 9. Justifier.
- Trouver tous les diviseurs communs à 48 et 60.