

AR 1 : Division euclidienne

Cours

Remarque : La division euclidienne est une division qui s'applique sur des entiers et où le reste est entier.

Exemple :

$$\begin{array}{r} 270 \\ 3 \overline{) 812} \\ \underline{-6} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 02 \\ \underline{-0} \\ 2 \end{array}$$

$$812 = 270 \times 3 + 2.$$

Remarque : L'égalité écrite en ligne se nomme l'égalité euclidienne.

Vocabulaire : L'égalité euclidienne s'écrit : dividende = (quotient $\times$ diviseur) + reste.

Définition - division euclidienne : Soit a et b des nombres entiers. On appelle division euclidienne de a par b la seule façon d'écrire $a = b \times q + r$ avec r et b des entiers tels que $r < b$.

Exemples :

- Division euclidienne de 16 par 3 : $16 = 3 \times 5 + 1$
On dit alors que 16 est le dividende, 3 le diviseur, 5 le quotient et 1 le reste.
- Division euclidienne de 3 par 16 : $3 = 16 \times 0 + 3$.
- Division euclidienne de 150 par 7 : $150 = 7 \times 21 + 3$

Méthode : Pour la méthode de la division posée, voir CN1.

Remarque : Pour qu'il s'agisse d'une division euclidienne, il faut bien que le reste soit inférieur au dividende. L'égalité $16 = 3 \times 4 + 4$ est correcte mais n'est pas la division euclidienne de 16 par 3.

Application : La division euclidienne sert par exemple lorsque l'on souhaite répartir équitablement des objets ou encore lorsque l'on souhaite remplir des places. Elle permet alors de déterminer le reste.

Exemples :

- On souhaite répartir 170 oeufs dans des boites de 12 oeufs.
La division euclidienne de 170 par 12 est : $170 = 12 \times 14 + 2$.
On pourra donc remplir 14 boites et il restera 2 oeufs.
- 84 spectateurs remplissent une salle de cinéma en commençant par la rangée du bas. Chaque rangée comporte 16 places.
 $84 = 16 \times 5 + 4$.
5 rangées seront remplies. 4 personnes se placeront dans la 6ème rangée.

Exercices

Exercice 1 : Tous les résultats seront présentés sous la forme de l'égalité euclidienne. Le calcul posé n'est pas demandé.

1. Donner la division euclidienne de 23 par 4.
2. Donner la division euclidienne de 37 par 6.
3. Donner la division euclidienne de 45 par 8.
4. Donner la division euclidienne de 62 par 9.
5. Donner la division euclidienne de 99 par 10.
6. Donner la division euclidienne de 81 par 7.
7. Donner la division euclidienne de 58 par 5.
8. Donner la division euclidienne de 187 par 12.
9. Donner la division euclidienne de 248 par 13.
10. Donner la division euclidienne de 496 par 16.
11. Donner la division euclidienne de 523 par 17.
12. Donner la division euclidienne de 784 par 19.
13. Donner la division euclidienne de 899 par 21.
14. Donner la division euclidienne de 947 par 23.
15. Donner la division euclidienne de 1099 par 25.

Exercice 2 :

1. On souhaite ranger 34 billes dans des sachets de 5. Combien de sachets complets peut-on faire ? Combien de billes resteront ?
2. Un marchand veut répartir 67 pommes en caquettes de 6. Combien de caquettes pleines peut-il faire ? Combien de pommes restera-t-il ?
3. Une usine emballe des vis par paquets de 8. Elle dispose de 125 vis. Combien de paquets complets peut-elle faire ? Combien de vis restera-t-il ?
4. Une bibliothèque a 198 livres à ranger sur des étagères qui peuvent en contenir 10 chacune. Combien d'étagères seront entièrement remplies ? Combien de livres resteront ?
5. On veut constituer des groupes de 7 élèves pour une sortie. Il y a 223 élèves. Combien de groupes complets peut-on former ? Combien d'élèves resteront ?
6. Un joueur veut répartir 350 cartes dans des boîtes de 12. Combien de boîtes complètes peut-il remplir ? Combien de cartes resteront ?
7. On veut préparer des plateaux-repas contenant 2 sandwichs et 1 dessert. On dispose de 90 sandwichs et 38 desserts. Combien de plateaux complets peut-on préparer ? Qu'est-ce qu'il restera ?
8. Un fleuriste veut faire des bouquets avec 4 roses et 3 tulipes chacun. Il a 100 roses et 80 tulipes. Combien de bouquets complets pourra-t-il faire ? Combien de fleurs restera-t-il ?
9. Une association veut offrir des troussees contenant 6 stylos et 2 gommes. Elle dispose de 132 stylos et 43 gommes. Combien de troussees complètes pourra-t-elle composer ?
10. Pour une recette, on a besoin de 2 oeufs et 150 g de farine par gâteau. On a 28 ufs et 2250 g de farine. Combien de gâteaux peut-on faire au maximum ? Quelle ressource limitera la quantité ?
11. On veut composer des paniers de fruits avec 5 pommes, 3 poires et 2 bananes. On dispose de 90 pommes, 57 poires et 46 bananes. Combien de paniers complets peut-on réaliser ?
12. Un organisateur veut préparer des kits avec 1 t-shirt, 2 badges et 3 autocollants. Il a 74 t-shirts, 128 badges et 190 autocollants. Combien de kits pourra-t-il faire ? Quelle est la ressource limitante ?